Коэффициент обмотки (трехфазной).

Коэффициент обмотки состоит из двух коэффициентов: коэффициента укорочения kу шага катушки и коэффициента распределения катушечной группы kр.

Коэффициент обмотки есть произведение этих двух коэффициентов:

$$k\text{об} = k\text{у} \times k\text{р}$$

Коэффициент обмотки всегда меньше единицы, за редким исключением. Значение коэффициента обмотки можно рассматривать как значение *кпд* катушечной группы в создании магнитного поля полюса. При расчетах коэффициент обмотки вносится в соответствующие расчеты для получения правильного количества витков. Если шаг катушки, принятый при расчете, равен полюсному делению (диаметральному шагу) и не укорачивается, то коэффициент укорочения равен 1. Шаг "y" катушки (обмотки) в моторах свыше нескольких *кВт* (при внутреннем диаметре примерно более 160 *мм*.), как правило, выбирается меньшим чем полный (диаметральный) полюсный шаг.
При работе двигателя в его обмотке возникают так называемые гармоники – *эдс* являющиеся вредными для работы, при сложном взаимодействии между собой полюсов статора, полюсов ротора, зубцов статора и ротора и т. п., 3, 7, 9-я и другие гармоники кратные частоте питания 50 *гц* (или 60 *гц*). Первая гармоника это и есть частота сети, вторая соответственно 100 *гц*, третья 150 *гц*, девятая 450 *гц* и так далее (так же и четные гармоники 4, 6, 12 и. т. п., четные гармоники менее вредны). Для подавления возникновения гармоник выполняется сокращение шага обмотки. В небольших моторах этим можно пренебречь. При сокращении шага заметно снижается расход обмоточного провода, в машинах с жесткими катушками сокращение шага так же может выполняться по технологическим соображениям изготовления обмотки.
Следует заметить, предпочтительно соединение обмотки "звездой", так как при этом гармоники кратные трем практически отсутствуют.

Подсчет коэффициента сокращения (укорочения) шага обмотки.

$$k\text{у} = cos\frac{\alpha}{2}$$

где α – уменьшение шага выраженное в *электрических* градусах.
Значение *электрических* градусов принимается всегда 180° на полюс. То есть в статоре по полной окружности двухполюсного двигателя 360° *электрических градусов*, в статоре четырехполюсного 720° и так далее. Электрические градусы применяются для удобства расчетов.
Пример. 36 пазовый 4 полюсный мотор. Требуется подсчитать коэффициент укорочения шага обмотки.

$$\text{шаг обмотки:} \quad y = \frac{36}{4} = 9$$

Шаг 9, то есть из 1 паза в 10 является полным или диаметральным, если это значение так и остается, то коэффициент укорочения остается равным 1, kу = 1.

Принимаем укорочение шага на 2 паза, 9 – 2 = 7 (полный: y = 9, укороченный: yк = 7). Подсчитаем сколько *электрических* градусов приходится на один паз статора.

$$\frac{360° \times p}{Z} = \frac{180° \times 2p}{Z} = \frac{720°}{36} = 20°$$

здесь $2p$ – количество полюсов или p – пар полюсов, Z – количество пазов статора.

Другая формула для α:

$$\alpha = \frac{180°}{Zp} = \frac{180°}{9} = 20°$$

где 180° *электрических* градусов приходящихся на каждый полюс, Zp – пазов статора на полюс: 36 пазов/4 полюса = 9 пазов на полюс.

Подсчитаем на сколько *электрических* градусов сократится шаг:

$$(9 \times 20°) - (7 \times 20°) = 180° - 140° = 40°$$

или

$$180° \times \frac{2}{9} = 40° \qquad \text{или, так же очевидно: 2 паза } \times \alpha = 2 \times 20° = 40°$$

получим коэффициент укорочения:

$$k\text{у} = cos\frac{\alpha}{2} = cos\frac{40°}{2} = cos20° = 0{,}9396$$

Другие равнозначные формулы:

$$k\text{у} = sin\left(\frac{\text{ук}}{y} \times 90°\right) = sin\left(\frac{7}{9} \times 90°\right) = sin\,70° = 0{,}9396$$

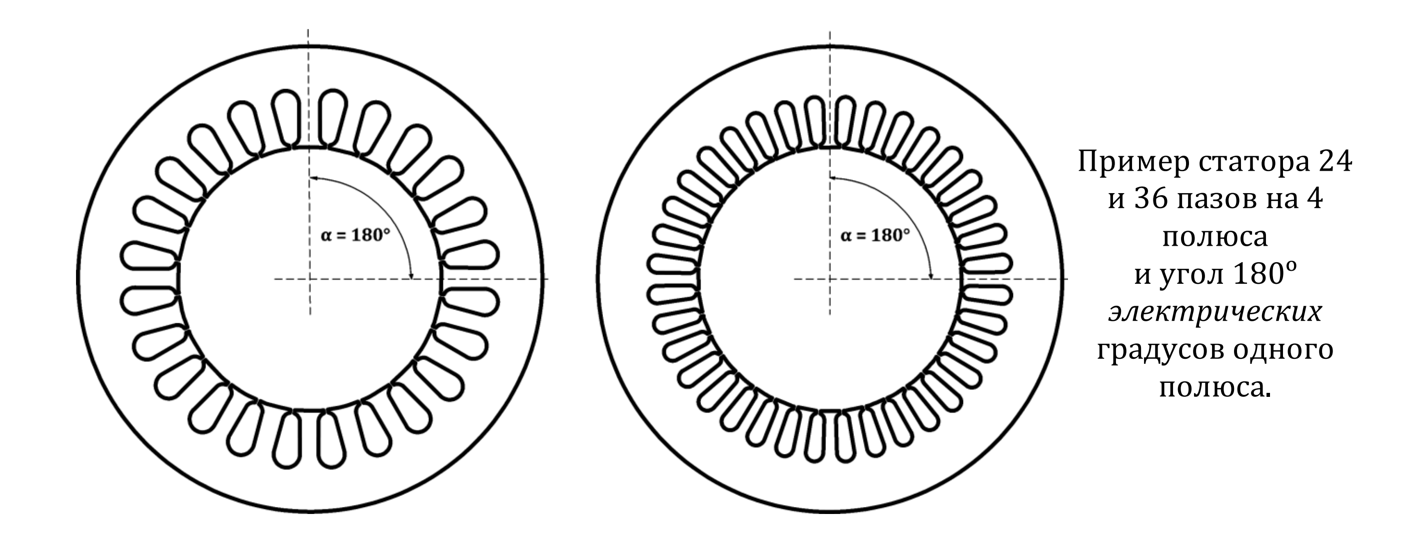
или

$$ky = sin\frac{180° \times p \times y\text{к}}{Z} = \frac{180° \times 2 \times 7}{36} = 0{,}9396$$

или

$$k\text{у} = sin\left(\frac{y\text{к} \times 90°}{y}\right) = sin\left(\frac{7 \times 90°}{9}\right) \text{ или } k\text{у} = cos\left(\frac{(y - y\text{к}) \times 90°}{y}\right) = cos\left(\frac{(9-7) \times 90°}{9}\right)$$

где: yк – сокращенный шаг, в нашем примере 7, y – полный шаг 9 (1 – 10, из первого паза в десятый), p – пар полюсов, Z – количество пазов статора.
Для получения синуса или косинуса полученных значений можно воспользоваться калькулятором (в том числе имеющимся на вашем компьютере) или готовыми таблицами В. М. Брадиса значений синуса, косинуса.
Полученный коэффициент относится как к однослойным, так и к двухслойным обмоткам, двухслойная обмотка дает более лучшее распределение магнитного потока в воздушном зазоре. Коэффициент укорочения шага катушек в некоторой степени также зависит от количества пазов на полюс и в любом случае уменьшение шага не должно быть излишним. Сокращение шага катушки обычно записывается как соотношение значения полного шага к значению укороченного, т. е как часть от полного, в выше приведенном примере 7/9 = 0,777 (≈ 78% или 0,78), по полученной цифре можно найти коэффициент укорочения и коэффициент обмотки в готовых таблицах. Идеальный шаг для двигателя с 4 или более полюсами составляет ~ 83% полного шага. Для 2 полюсной обмотки обычно требуется использование более короткого шага, чтобы мотор был более эффективным, предпочтительное сокращение шага составляет ~ 67%.



Пример статора 24 и 36 пазов на 4 полюса и угол 180° *электрических* градусов одного полюса.

Коэффициент распределения.

Коэффициент распределения *k*р учитывает тот факт, что все катушки в группе не находятся в центре полюса. Катушки не сосредоточены на полюсе, как в двигателях постоянного тока, они рассредоточены, распределены по нескольким пазам. Поскольку катушки распределены, концентрация создаваемого ими магнитного поля несколько рассеивается. Коэффициент распределения так же как и коэффициент сокращения шага можно условно рассматривать как *кпд* в создании магнитных силовых линий.

Коэффициент распределения *k*р при *целом q* подсчитывается по следующей формуле:

$$k\text{р} = \frac{sun\frac{q \times \alpha}{2}}{q \times sin\frac{\alpha}{2}} \quad \text{или} \quad k\text{р} = \frac{0{,}5}{q \times sin\frac{30°}{q}}$$

Пример. 36 пазовый 4 полюсный трехфазный мотор. Требуется подсчитать коэффициент распределения обмотки.
Пазов на полюс и фазу q:

$$q = \frac{Z}{2p \times m} = \frac{36}{4 \times 3} = 3$$

Z – количество пазов статора, $2p$ – количество полюсов, m – количество фаз (обычно 3).

$$\text{пазов на полюс: } Zp = \frac{36}{4} = 9 \quad \text{или так же пазов на полюс и фазу: } \quad q = \frac{Zp}{m} = \frac{9}{3} = 3$$

здесь Zp – количество пазов на один полюс.
Электрический угол занимаемый одним пазом:

$$\alpha = \frac{180°}{Zp} = \frac{180°}{9} = 20°$$

пример коэффициента распределения:

$$k\text{р} = \frac{sin\frac{q \times \alpha}{2}}{q \times sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{sin\frac{3 \times 20°}{2}}{3 \times sin\frac{20°}{2}} = \frac{sin30°}{3 \times sin10°} = \frac{0{,}5}{0{,}52094} = 0{,}9598$$

Пазовые стороны одной катушечной группы, расположенные в соседних пазах, занимают q пазов и образуют фазную зону, определяемую углом:

$$\alpha ф = \frac{180^{\circ} \times 2p \times q}{Z} \quad \text{для примера: } \alpha ф = \frac{180^{\circ} \times 4 \times 3}{36} = 60^{\circ}$$

На практике почти исключительно применяются такие шестидесятиградусные обмотки ($180^{\circ}/3$ = 60° электрических градусов на фазу). В некоторых случаях применяются обмотки называемые "с расширенной фазной зоной" улучшающей форму магнитного поля, где фаза занимает несколько больший угол, за счет большего q, чем при расчете при 60°. Например, для предыдущего примера q = 4, вместо q = 3:
Угол занимаемый фазой:

$$\alpha ф = \frac{180^{\circ} \times 2p \times q}{Z} = \frac{180^{\circ} \times 4 \times 4}{36} = 80^{\circ}$$

коэффициент распределения при этом:

$$k\text{р} = \frac{sin\frac{\alpha ф}{2}}{q \times sin\frac{\alpha ф}{2 \times q}}$$

пример коэффициента распределения:

$$k\text{р} = \frac{sin\frac{\alpha ф}{2}}{q \times sin\frac{\alpha ф}{2 \times q}} = \frac{sin\frac{80^{\circ}}{2}}{4 \times sin\frac{80^{\circ}}{2 \times 4}} = \frac{sin40^{\circ}}{4 \times sin10^{\circ}} = \frac{0{,}64278}{0{,}69459} = 0{,}925409$$

Коэффициент распределения при дробном q.

При дробном числе пазов на полюс и фазу вместо q подставляют $N = b \times d + c$. Где b – целая часть дробного q, c – числитель, d – знаменатель (знаменатель дробной части), N – числитель неправильной дроби:

$$q = b + \frac{c}{d} = \frac{N}{d}$$

Например:

для q = 2,5 = $^{5}/_{2}$ = $2^{1}/_{2}$ можно записать b = 2, c = 1, d = 2: $N = b \times d + c$ = 2 × 2 + 1 = 5
для q = 1,125 = $^{9}/_{8}$ = $1^{1}/_{8}$ можно записать b = 1, c = 1, d = 8: $N = b \times d + c$ = 1 × 8 + 1 = 9
для q = 2,66667 = $^{8}/_{3}$ = $2^{2}/_{3}$ можно записать b = 2, c =2, d = 3: $N = b \times d + c$ = 2 × 3 + 2 = 8
для q = 2,75 = $^{11}/_{4}$ = $2^{3}/_{4}$ можно записать b = 2, c = 3, d = 4: $N = b \times d + c$ = 2 × 4 + 3 = 11
для q = 0,8 = $^{4}/_{5}$,

и например для q = 2,75 = $^{11}/_{4}$ = $2^{3}/_{4}$:

$$k\text{р} = \frac{0{,}5}{N \times sin\frac{30^{\circ}}{N}} = \frac{0{,}5}{11 \times sin\frac{30^{\circ}}{11}} = \frac{0{,}5}{0{,}523401} = 0{,}95529$$

Таким образом, обмоточный коэффициент трехфазной рассчитываемой обмотки (для целого q):

$$k\text{об} = cos\frac{\alpha}{2} \times \frac{sin\frac{q \times \alpha}{2}}{q \times sin\frac{\alpha}{2}}$$

В левую или правую части можно поставить другую формулу, из альтернативных приведенных выше, более удобную расчетчику или для требуемого случая расчета. Коэффициент обмотки kоб для приведенного примера составит:

$$k\text{об} = k\text{у коэфф. сокр. шага} \times k\text{р коэфф. распределения} = 0{,}9396 \times 0{,}9598 = 0{,}9018$$

Для однофазного электродвигателя (рассматриваемого как двухфазный) при половине пазов занятых основной и половине пазов статора занятых вспомогательной обмоткой, q пазов на полюс и фазу, например при общем количестве пазов статора 24 и $2p = 2$:
q_A основной обмотки:

$$q_A = \frac{Z_A}{2p} = \frac{12}{2} = 6$$

q_B вспомогательной обмотки:

$$q_B = \frac{Z_B}{2p} = \frac{12}{2} = 6$$

где Z_A и Z_B – количество пазов занятой основной обмоткой и вспомогательной обмоткой.
Угол занимаемый фазой A:

$$\alpha\text{ф}A = \frac{180^\circ \times 2p \times q}{Z} = \frac{180^\circ \times 2 \times 6}{24} = 90^\circ$$

Z – количество пазов статора. Коэффициент распределения для основной обмотки A:

$$k\text{р}A = \frac{sin\frac{\alpha\text{ф}A}{2}}{q_A \times sin\frac{\alpha\text{ф}A}{2 \times q}} = \frac{sin\frac{90}{2}}{6 \times sin\frac{90}{2 \times 6}} = \frac{0{,}7071}{0{,}78315} \approx 0{,}9028$$

Или уравнение можно сократить, но оно пригодно только при занятии обмотками равного количества пазов, по ½ части всех пазов статора:

$$k\text{р}_{AB} = \frac{0{,}7071}{q_{AB} \times sin\frac{45^\circ}{q_{AB}}}$$

где q_{AB} – пазов на полюс и фазу основной или вспомогательной обмотки, $sin45 = 0{,}7071$.
Для однофазного при ⅔ пазов занятых основной и ⅓ пазов вспомогательной обмотки q на полюс и фазу, например при общем количестве пазов статора 24 и $2p = 2$:
q_A основной обмотки:

$$q_A = \frac{Z_A}{2p} = \frac{16}{2} = 8$$

q_B вспомогательной обмотки:

$$q_B = \frac{Z_B}{2p} = \frac{8}{2} = 4$$

где Z_A и Z_B – количество пазов занятой основной обмоткой и вспомогательной обмоткой.
$(Z_A/3) \times 2 = (24/3) \times 2 = 16$. $(Z_B/3) \times 1 = (24/3) \times 1 = 8$.

$$\alpha\text{ф}A = \frac{180^\circ \times 2p \times q}{Z} = \frac{180^\circ \times 2 \times 8}{24} = 120^\circ$$

Z – количеств пазов статора.
коэффициент распределения для основной обмотки A:

$$kpA = \frac{sin\frac{\alpha\phi A}{2}}{q_A \times sin\frac{\alpha\phi A}{2 \times q}} = \frac{sin\frac{120}{2}}{8 \times sin\frac{120}{2 \times 8}} = \frac{0,86602}{1,044209} \approx 0,8293$$

Для вспомогательной обмотки *B* расчет коэффициента распределения аналогичен. Коэффициент укорочения *k*у однофазного рассчитывается так же как и для трехфазного двигателя. Здесь в примерах итоговые цифры приведены с точностью до 4-й цифры после запятой. В готовых таблицах справочной литературы данные обычно указываются до 3 или до 2 цифры с некоторым округлением.

Коэффициент скоса пазов.

Коэффициент скоса пазов не применяется при расчете обмотки статора, так как на статоре скашивание пазов не делают. Однако может быть использован при расчете ротора (в том числе короткозамкнутого при проектировании). Не редко в электродвигателях выполняют скос пазов ротора для подавления электромагнитного шума и паразитных так называемых гармоник, что так же влияет на *эдс* обмотки, так же как и коэффициент укорочения шага и коэффициент распределения обмотки по пазам. Коэффициент скоса пазов не велик и обычно им пренебрегают, но он может быть внесен в расчет обмоточного коэффициента ротора, обмоточный коэффициента *k*об ротора выполняется по тем же уравнениям что и статора. Коэффициент скоса пазов:

$$ks = 1 - \frac{sin\frac{\alpha}{2} \times \frac{bs}{t}}{\frac{\alpha}{2} \times \frac{bs}{t}} \qquad t = \frac{\pi \times Da}{Z}$$

где *bs* – скос паза ротора, *t* – пазовое деление ротора (шаг паза):

α – угол между соседними пазами в электрических градусах: $\alpha = \frac{180° \times 2p}{Z}$

bs/t = скос паза ротора/шаг паза статора – относительный скос пазов, соотношение между пазовым делением и скосом паза ротора, *bs* – скос пазов ротора, величина смещения, *мм.*, π – число "пи", *Da* – диаметр ротора, *мм.*, *Z* – количество пазов ротора. Часто скос паза ротора выполняют как раз на одно пазовое деление, при этом соотношение bs/t в таком случае равно 1. Пример. Фазный ротор *Z* = 36 пазов, 2*p* = 6, диаметр *Da* = 210 *мм.*, скос пазов выполнен на пазовое деление. Пазовое деление, длина части окружности ротора на которое выполнен скос пазов:

$$bs = \frac{\pi \times Da}{Z} = \frac{3,14159 \times 210}{36} = 18,325 \text{ мм.}$$

$$\alpha = \frac{180° \times 2p}{Z} = \frac{180° \times 6}{36} = 30°$$

коэффициент скоса пазов:

$$ks = 1 - \frac{sin\frac{\alpha}{2} \times \frac{bs}{t}}{\frac{\alpha}{2} \times \frac{bs}{t}} = 1 - \frac{sin\frac{30°}{2} \times \frac{18,325}{18,325}}{\frac{30°}{2} \times \frac{18,325}{18,325}} = 1 - \frac{sin15° \times 1}{15° \times 1} = 1 - \frac{0,258819}{15} = 0,9827$$

Таким образом коэффициент скоса пазов вносится в произведение других коэффициентов, распределения и укорочения и коэффициент обмотки: *k*об = *k*у × *k*р × *ks*.

Шаг обмотки средний.

В равнокатушечной обмотке, в которой все катушки имеют одинаковый шаг и одинаковое число витков, коэффициент укорочения обмотки будет равен коэффициенту укорочения витка, постоянному для всех витков обмотки. В обмотках с разными шагами катушек или с разным числом витков в катушках, например в концентрических или одно-двух-слойных, укорочение витков разных катушек уже не будет одинаковым. Поэтому для расчета коэффициента укорочения фазы обмотки пользуются не действительным шагом катушек *y*, а расчетным *yp*, который для различных типов обмоток определяется следующим образом.
Для двухслойных обмоток, в которых шаги всех катушек по пазам одинаковы, т. е. для всех двухслойных обмоток, за исключением двухслойных концентрических, расчетный шаг равен реальному шагу катушек по пазам:

$$y\text{р} = y$$

Для двухслойных концентрических обмоток расчетный шаг равен среднему шагу катушек в катушечной группе:

$$y\text{р} = \frac{y\text{б} + y\text{м}}{2}$$

где yб и yм - шаги по пазам наибольшей и наименьшей катушек в катушечной группе.
Для одно- двухслойных обмоток (концентрических), в которых часть катушек имеет удвоенное число витков по сравнению с остальными, расчетный шаг определяется в зависимости от числа таких катушек и от числа пазов на полюс и фазу:

$$y\text{р} = q \times (m - 1) + 2 \times N\text{б}$$

где Nб - число катушек с удвоенным числом витков в каждой катушечной группе. В трехфазных машинах (m = 3) наибольшее распространение среди одно- двухслойных обмоток получили обмотки с одной большой катушкой (катушкой с удвоенным числом витков - Nб = 1). Для таких обмоток выражение для определения расчетного шага упрощается:

$$y\text{р} = (q + 1) \times 2$$

Средний шаг разношаговых катушек, концентрических в том числе, является частное от суммы шагов всех катушек:

$$y\text{р} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 \ldots + y_n}{q}$$

Например, однослойная обмотка в "развалку" при q = 3, две катушки имеют шаги 1 – 9, 1 – 9, и одна 1 – 7, то есть шаги 8, 8 и 7 средний шаг обмотки:

$$y\text{р} = \frac{8 + 8 + 7}{3} = 7{,}66$$

Важное замечание. В обмотках с синусным распределением витков по пазам коэффициент обмотки рассчитывается совершенно по иному. Методика расчета изложена в соответствующей литературе. Связано это с бóльшей эффективностью образования магнитного поля при синусном распределении витков по пазам и поэтому величина обмоточного коэффициента при синусном распределении будет заметно больше чем в обычной обмотке и выше приведенная методика и примеры расчета не применимы к синусной обмотке.

Литература

Кучера Я., Гапл Й. "Обмотки электрических вращательных машин", 1963 г., стр. 315.
Шенфер К. И. "Асинхронные машины", 1938 г. гл. III, стр. 40.
Сергеев П. С., Виноградов Н. В., Горяинов Ф. А. "Проектирование электрических машин", 1970 г., 618 стр.
Девотченко Ф. С. "Замена обмотки трехфазных электродвигателей", часть 1, 1991 г., стр. 38, 198.
Копылов И. П. "Проектирование электрических машин", 1980 г., стр. 82, 205, 284.
Жерве Г. К. "Обмотки электрических машин", 1989 г., стр. 98 – 112.
Кацман М. М., "Расчет и конструирование электрических машин", 1984 г., стр. 74, 76
Dr. Suad Ibrahim Shahl, lecture "Electrical machines II", 2010 г.
Постников И. М., "Проектирование электрических машин", 1960, стр. 545
Копылов И. П. "Проектирование электрических машин", 2022 г., стр. 119.

Rev. 06   09 September 2025